შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/223

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

[illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 223

ამოცანა № 1

გვერდი № 2

შემდეგ ავიღოთ ეს 1006 რიცხვი 2-2, ასე რომ:
{1 და 2; 3 და 4; ...; 2K-1 და 2K; ...} (რიცხვები წყვილებად)
და თითოეულ წყვილში თუ [illegible] გავაფერადოთ
ერთნაირად, ანუ 2K-1 და 2K რიცხვები [illegible]
ერთ ფერად, ასე (2K-1)-ე რიცხვი და 2K-ე
რიცხვი გავაფერადოთ ერთნაირად, მაშინ, როცა
ყველა ფერადებისთვის, ის ფერადები [illegible]
[illegible]
ჩვენ როგორც შევნიშნეთ, ის ფერადები [illegible]
[illegible]
1-ით. რ.დ.გ.

$a_1 = 1 \Rightarrow a_2 = 2 \Rightarrow a_3 = 3 \Rightarrow a_4 = 4 \Rightarrow a_5 = 6 \Rightarrow \dots$

[illegible] a_n-ის [illegible] n-ისათვის, a_n-ის [illegible]. [illegible], $a_k \geq k$, [illegible] m-ისათვის [illegible] $a_k > m$ და $\sqrt{a_k} \in \mathbb{N}$.

[illegible] a_n-ის [illegible] $b_1 = a_n$; $b_2 = a_{n+1}$; ..., [illegible]. $b_1 = x^2 + t$, [illegible]

$x^2 < x^2 + t < (x+1)^2$ [illegible]: I. $1 \leq t < x+1$ II. $x+1 \leq t$

I. $b_1 = x^2 + t \Rightarrow b_2 = x^2 + t + x$ (1), [illegible] $t < x+1 \Rightarrow$

$\Rightarrow [\sqrt{b_2}] = x \Rightarrow b_3 = x^2 + 2x + t$. თუ $t = 1$, [illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

28.04.2012/ მათ/ III/ 223

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

თუ $2\le t\le x$, $b_4 = x^2+2x+t+x+1$

$b_5 = x^2+3x+t+x+1 = x^2+4x+2+t$.

თუ $t=2$, მაშინ დავამტკიცოთ ~~[illegible]~~ ინდუქციით,

$b_{2k+1} = x^2+2kx+k^2-k+t$

დავუშვათ $b_{2k-1} = x^2+2(k-1)x+(k-1)^2-(k-1)+t$, [illegible] [illegible], მაშინ თუ $t=k-1$, მაშინ ამოცანა ამოხსნილია, თუ $x\ge t>k-1$, მაშინ: $b_{2k} = x^2+2(k-1)x+(k-1)^2-(k-1)+t+$

$+(x+k-1) = x^2+(2k-1)x+(k-1)^2+t =$

$\Rightarrow b_{2k+1} = x^2+(2k-1)x+(k-1)^2+t+(x+k-1) = x^2+2kx+$

$+k^2-k+t$. $\Rightarrow$ თუ $t=k$, მაშინ დასრულდა ამოცანა, ხოლო რადგან $1\le t\le x$, [illegible] [illegible], k-ს [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible].

განვიხილოთ მესამე შემთხვევა $t\ge x+1$. ეს შემთხვევა [illegible] I შემთხვევის (1) [illegible] [illegible] შემთხვევას. ანუ [illegible].